

## ОБРАТНЫЕ КРАЕВЫЕ ЗАДАЧИ И ИХ ПРИЛОЖЕНИЯ

Всероссийская научная конференция

УДК 539.3, 620.171.2

**ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНО-РАСЧЕТНЫЙ ПОДХОД К  
ИССЛЕДОВАНИЮ ДЕФОРМАЦИОННЫХ И  
ПРЕДЕЛЬНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК  
УПРУГОПЛАСТИЧЕСКИХ МАТЕРИАЛОВ***В.Г. Баженов, С.Л. Осетров, Д.Л. Осетров***Аннотация**

Предлагается разработанная на основе экспериментально-расчетного подхода методика исследования деформационных и прочностных свойств упругопластических материалов при больших деформациях и неоднородном напряженно-деформированном состоянии. Рассмотрено применение метода для построения истинных диаграмм деформирования при растяжении образцов до разрушения и при кинетическом внедрении упругого индентора в исследуемый образец. Приводятся результаты исследований процессов деформирования и разрушения элементов конструкций, закономерностей распространения краевых эффектов и влияния вида напряженно-деформированного состояния на истинную диаграмму деформирования материалов.

**Ключевые слова:** экспериментально-расчетный подход, методика построения истинных диаграмм деформирования, геометрическая и физическая нелинейность, краевые эффекты, локализация деформаций, шейка, разрушение, предельные состояния

**1. ВВЕДЕНИЕ**

В настоящее время разработан широкий набор математических моделей нелинейного поведения упругопластических материалов, для применения которых необходимо знать материальные функции и константы. Получить эти данные имеющимися инструментальными средствами путем прямых измерений достаточно сложно, поскольку в лабораторных образцах возникает неодноосное и неоднородное напряженно-деформированное состояние (НДС), проявляется влияние концентраторов напряжений, краевых эффектов и т.п. Традиционно деформационные и прочностные свойства материала идентифицируются на основе экспериментально-аналитических подходов, исходя из экспериментальных данных и упрощающих гипотез, накладывающих ограничения на форму образцов и вид нагружения. Эти методы позволяют получать характеристики упругопластических материалов лишь при однородном одноосном НДС, что не выполняется в реальных условиях эксперимента при больших деформациях. Таким образом, на сегодняшний день не существует эффективных методов получения прочностных и предельных характеристик материалов при больших деформациях и неоднородном НДС с приемлемой для конструкторских расчетов точностью. В этой связи для исследования прочностных свойств материалов, особенно при больших деформациях, целесообразно развитие экспериментально-расчетного подхода, в значительной мере свободного от ограничений экспериментально-аналитических методов. Этот подход предполагает проведение совместного анализа результатов эксперимента и полномасштабного (в рамках механики сплошных сред) компьютерного моделирования процессов деформирования лабораторных образцов или элементов конструкций без принятия априорных силовых и кинематических гипотез.

В работе на основе экспериментально-расчетного подхода разработаны методики и алгоритмы исследования деформационных и прочностных свойств изотропных и композитных материалов при статических и динамических нагружениях элементов конструкций. Основой для разработки являются методы теории идентификации в сочетании с итерационными схемами последовательного уточнения характеристик материалов в образце, учитывающих неоднородное НДС, большие деформации и зависимость от скорости деформирования. Для всех реализуемых в системе типов экспериментов формируются целевые функции параметров сравнения, описывающие отклонения значений физических величин, экспериментально измеряемых в натурном эксперименте, от соответствующих величин в вычислительном эксперименте. Далее строится сходящийся итерационный процесс уточнения текущих значений материальных функций в образце путем минимизации целевой функции последовательностью вычислительных экспериментов. Разработанные методики позволяют свести решение обратной задачи к последовательному решению ряда прямых задач, и, в конечном итоге, получить набор параметров математической модели. Одновременно с идентификацией, согласно предлагаемой методике, проводится анализ чувствительности получаемых в расчете параметров сравнения с экспериментальными данными к изменению параметров модели. Область применимости экспериментально-расчетной методики, таким образом, определяется областью применимости математической модели упругопластических сред, так как безусловная сходимость итерационного процесса гарантирует нахождение искомых параметров модели с заданной точностью.

В данной работе численное моделирование задач осуществляется в осесимметричной постановке на основе вариационно-разностного метода, реализованного в пакете прикладных программ (ППП) «Динамика-2» [1] и ANSYS/LS-DYNA.

## **2. ПОСТРОЕНИЕ ИСТИННЫХ ДИАГРАММ ДЕФОРМИРОВАНИЯ ПРИ РАСТЯЖЕНИИ ОБРАЗЦОВ**

При больших деформациях возникают трудности в построении диаграмм, связанные с учетом неоднородного НДС, вызванного нелинейными краевыми эффектами и локализацией деформаций – образованием шейки. Предположение о равномерном удлинении всей рабочей части образца часто приводит к большим ошибкам [2]. Поэтому в зоне однородности НДС для определения продольных деформаций применяют тензодатчики с базой меньшей, чем рабочая часть. В процессе нагружения предпочтительнее измерять изменение площади поперечного сечения, но возникают трудности, связанные с локализацией деформаций. Вопрос описания диаграммы упругопластического деформирования до разрушения к настоящему времени недостаточно изучен. Основная проблема заключается в описании ниспадающего участка условной диаграммы, так называемой стадии неустойчивого (закритического) деформирования [3]. Обычно построение истинных диаграмм деформирования после образования шейки основано на экспериментальных исследованиях Мак-Грегора К. [4], который показал, что зависимость средних в минимальном сечении шейки напряжений от деформаций близка к линейной до момента разрушения. Таким образом [4-6], истинная диаграмма деформирования строится до точки, соответствующей максимальной растягивающей силе, затем проводится прямая, соединяющая эту точку с точкой, рассчитанной по формулам [7-12] для момента разрушения. В [7] получено точное аналитическое решение задачи о распределении напряжений и деформаций вдоль минимального сечения шейки в сплошном цилиндрическом образце на начальный момент локализации деформаций, а в [8, 9] – приближенные решения этой задачи при развитых де-

формациях в шейке. В [10-12] уточнены распределения НДС в шейке и показано, что полученные решения удовлетворительно согласуются с экспериментальными данными. В последнее время появились работы, посвященные построению диаграмм деформирования на основе экспериментально-расчетного подхода [13, 14], в которых предложен метод построения диаграмм после образования шейки при растяжении стержней с прямоугольным сечением. Метод основан на коррекции напряжений в шейке и аналогичен предложенному в [8] для цилиндрических образцов. Основные трудности практической реализации рассмотренных выше подходов связаны со сложностью измерений геометрических параметров шейки при проведении экспериментов.

Для предлагаемого здесь метода необходимо иметь только экспериментально полученную зависимость растягивающей силы от удлинения образца [15-18]. Испытуемые образцы могут быть переменного сечения. Известно, что при монотонном растяжении процесс нагружения в области локализации пластических деформаций будет активным до разрушения. Построение диаграммы деформирования основано на коррекции зависимости интенсивность напряжений ( $\sigma_i$ ) – интенсивность деформаций ( $e_i$ ). Для этого в процессе численного решения задачи анализируется отношение значений растягивающих сил, полученных в эксперименте ( $F_e$ ) и расчете ( $F_c$ ) при одинаковом удлинении образца:  $\beta = F_e/F_c$ . Затем устанавливается функциональная зависимость между максимальным значением интенсивности деформаций в объеме образца ( $e_i^*$ ) и соответствующим удлинением. Итерационная процедура корректировки диаграммы осуществляется по формуле  $\bar{\sigma}_i(e_i^*) = \beta \sigma_i(e_i^*)$  до совпадения экспериментальных и расчетных результатов с заданной точностью. Как показали исследования, для сходимости итерационной процедуры достаточно в качестве начального приближения задать любую диаграмму деформирования упрочняющегося материала. Скорость сходимости – число итераций мало зависит от начального приближения. Наиболее эффективный алгоритм заключается в корректировке диаграммы на каждом этапе нагружения по мере растяжения образца. Можно также корректировать сразу всю диаграмму. При этом необходимо решать задачу многократно, что более трудоемко, но позволяет воспользоваться доступной программой решения прямой задачи без каких-либо модификаций.

Рассмотрим пример построения истинной диаграммы деформирования стали 12X18H10T на основе эксперимента растяжения цилиндрического стержня до разрушения. Радиус рабочей части стержня 0.5 см, ее длина – 6 см. Модуль объемного сжатия  $K = 1.75 \cdot 10^5$  МПа, модуль сдвига  $G = 0.8077 \cdot 10^5$  МПа, плотность  $\rho = 7800$  кг/м<sup>3</sup>. Численное решение задачи первоначально проводится с использованием диаграммы деформирования, полученной в предположении равномерного деформирования рабочей части стержня и линейно экстраполированной для больших деформаций после образования шейки. Один торец стержня жестко закреплен, другой движется с постоянной скоростью. Исследования показали, что итерационный процесс быстро сходится. Для построения диаграммы до образования шейки достаточно одной итерации, после образования шейки до разрыва – пяти при заданном различии параметров сравнения (растягивающая сила – удлинение) в эксперименте и расчете 1%. На рис. 1 приведены зависимости растягивающей силы  $F$  от удлинения образца  $\Delta L/L_0$  ( $L_0$  – начальная длина образца,  $\Delta L$  – удлинение образца в процессе нагружения), полученные из эксперимента (сплошная линия) и в результате численного расчета (пунктирная линия). Полученная истинная диаграмма деформирования стали 12X18H10T показана на рис. 2, где  $\sigma_i$  – интенсивность напряжений,  $\alpha$  – параметр Одквиста.

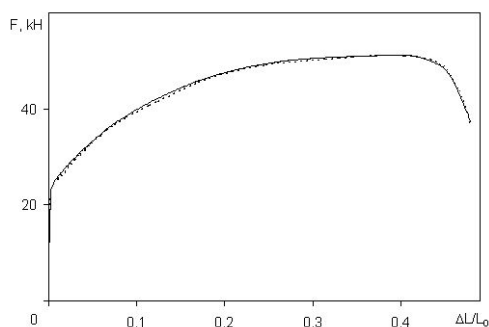


Рис. 1.

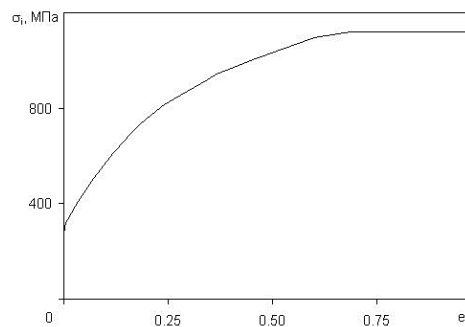


Рис. 2.

### 3. ПОСТРОЕНИЕ ИСТИННЫХ ДИАГРАММ ДЕФОРМИРОВАНИЯ ПРИ КИНЕТИЧЕСКОМ ИНДЕНТИРОВАНИИ ШАРА В ОБРАЗЕЦ (ПРОБА БРИНЕЛЛЯ)

Одним из самых распространенных и малозатратных безобразцовых способов изучения деформационных свойств упругопластических материалов является испытание на твердость путем внедрения упругого индентора в исследуемый элемент конструкции [23-29]. Наиболее распространены методы, в которых шар вдавливается по нормали к поверхности испытуемого образца, поскольку он является универсальным индентором с переменным углом контакта, возрастающим по мере углубления (в отличие от конуса или пирамиды). Для получения наиболее полной информации о деформационных свойствах материала необходимо непрерывно регистрировать диаграмму вдавливания при нагружении индентора в координатах нагрузка – глубина проникания. При построении диаграммы деформирования обычно определяют зависимость среднего напряжения в отпечатке от степени деформаций, которую называют «кривая твердости». В качестве среднего напряжения выбирают отношение нагружающей силы к площади поверхности отпечатка (твердость по Бринеллю НВ) или отношение нагружающей силы к площади проекции отпечатка (твердость по Майеру НМ). Для характеристики степени деформации используется отношение диаметра отпечатка к диаметру шара или другие параметры. Большинство известных методов исследования свойств материала по испытаниям на твердость основаны на построении корреляционных зависимостей между диаграммой деформирования при одноосном растяжении образцов и кривой твердости, или диаграммой вдавливания. Однако такие методы не универсальны. В последние годы появились публикации, посвященные разработке методов построения диаграмм деформирования из сравнительного анализа зависимости нагружающей силы от глубины внедрения шара, полученных в эксперименте и в результате численного моделирования [30, 31], но предлагаемые методы не позволяют строить диаграммы деформирования даже при малых деформациях с точностью, приемлемой для математического моделирования прочностных задач. Несмотря на разнообразие существующих подходов проблема разработки достаточно эффективной методики определения механических свойств материалов по испытаниям на твердость является по-прежнему актуальной.

В рамках предлагаемого экспериментально-расчетного метода для построения истинной диаграммы деформирования из эксперимента необходимо знать только

зависимость нагружающей силы от глубины внедрения шара [15, 32]. Методика построения диаграмм в этом случае аналогична описанной выше при растяжении образцов. В процессе численного решения задачи индентирования шара в образец осуществляется итерационная корректировка диаграммы деформирования пропорционально отношению значений нагружающей силы, полученных из эксперимента и расчета при одинаковой глубине проникания шара. Для сходимости итерационной процедуры в качестве начального приближения также достаточно задать любую диаграмму деформирования упрочняющегося материала. Но в данном случае, в отличие от задачи растяжения, скорость сходимости – число итераций сильно зависит от начального приближения. Для его выбора целесообразно воспользоваться описанными выше аналитическими методами [22–28].

Для оценки влияния эффекта Баушингера и сил трения проводились численные и экспериментальные исследования внедрения шара диаметром 0.5 см, выполненного из стали ШХ-15, в круглую диаметром 4 см пластину толщиной 0.5 см из сплава меди. Истинная диаграмма деформирования была получена ранее [18] при растяжении полосы, вырезанной из того же листа меди. В расчетах принимали, что верхняя граница шара движется с постоянной скоростью вдоль оси вращения, а нижняя граница пластины покоится на жестком основании без трения. Как показали численные исследования, учет кинематического упрочнения (эффекта Баушингера) не оказывает значительного влияния на зависимость силы сопротивления от глубины внедрения шара. На рис. 3 представлены диаграммы вдавливания в координатах нагружающая сила  $F$  –  $h/D$  ( $h$  – глубина внедрения шара,  $D$  – диаметр шара), полученные в эксперименте и при численном решении задачи с учетом и без учета сил трения между шаром и пластиной. При развитых деформациях заметную роль играет учет сил трения. Максимальное значение интенсивности деформаций в расчете достигает 45%. Результат расчета с коэффициентом трения хорошо согласуется с экспериментом, что подтверждает близость диаграмм деформирования, полученных при растяжении образцов и при кинетическом индентировании.

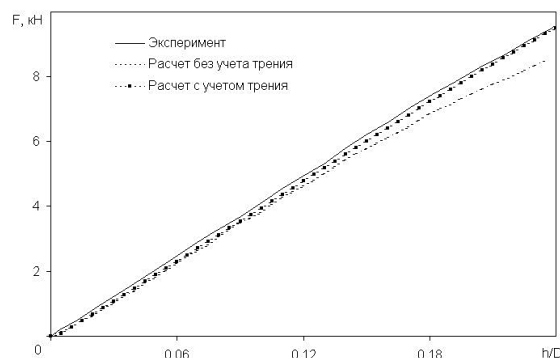


Рис. 3.

Для оценки точности метода построения истинных диаграмм деформирования вместо эксперимента использовали результаты численного расчета внедрения шара в пластину с учетом сил трения (см. рис. 3) при заданной диаграмме деформирования сплава меди. В дальнейшем полагали, что диаграмма неизвестна. В качестве начального приближения использовали диаграмму деформирования  $\sigma_i(e_i)$ , полученную по методике, предложенной Тейбором [22–28]. Им показано, что твердость по Майеру ( $HM = \frac{F}{\pi(d/2)^2}$ ) пропорциональна интенсивности напряжений ( $HM = C\sigma_i$ ,  $C \cong 2.87$  для меди), а отношение диаметра отпечатка ( $d$ ) к диаметру

шара ( $D$ ) – интенсивности деформаций ( $e_i = 0.2 \frac{d}{D}$ ). Интенсивность деформаций ограничена 20%, поэтому для больших деформаций диаграмма линейно экстраполируется. На рис. 4, 5 пунктирными линиями представлены исходные диаграммы вдавливания (рис.4) и деформирования (рис.5), сплошными линиями – диаграммы вдавливания (рис.4) и соответствующие им диаграммы деформирования (рис.5), полученные в процессе итерационной корректировки. Исследования показали, что итерационный процесс быстро сходится. Диаграмма деформирования после пяти итераций восстанавливается с точностью 5% при различии параметров сравнения – диаграмм вдавливания в эксперименте и расчете примерно 1%. Таким образом, чувствительность построения истинных диаграмм деформирования к изменению диаграммы вдавливания шара достаточно высокая. Рассмотренный метод, в отличие от известных, позволяет получать диаграммы деформирования для больших деформаций с высокой точностью при внедрении индентора любой формы.

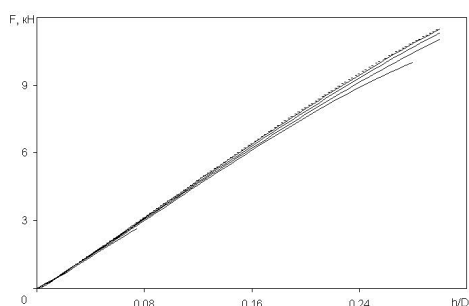


Рис. 4.

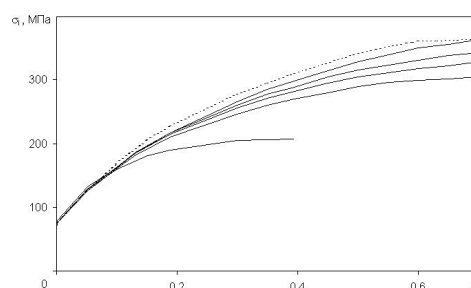


Рис. 5.

#### 4. ИССЛЕДОВАНИЕ ПРОЦЕССОВ ДЕФОРМИРОВАНИЯ НА ОСНОВЕ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНО-РАСЧЕТНОГО ПОДХОДА

На основе экспериментально-расчетного подхода и истинных диаграмм деформирования становится возможным проведения исследований и анализа нелинейных процессов деформирования и разрушения при монотонных нагружениях и больших деформациях. В частности, были построены истинные диаграммы деформирования для различных конструкционных материалов. На основе полученных данных проведено численное исследование и сравнительный анализ процессов деформирования, предельных состояний и разрушения цилиндрических оболочек и стержней с различным профилем поперечного сечения (круг, квадрат, прямоугольник) при растяжении [19, 20], цилиндрической оболочки под действием внутреннего давления [21], шара при сжатии между пластинами [22] и др.

**4.1. Распространение краевых эффектов.** Проведены исследования закономерности образования и распространения краевых эффектов в цилиндрических образцах при растяжении в зависимости от вида образца (тонкая оболочка, толстая оболочка, сплошной стержень) и истинной диаграммы материала. На рис. 6,7 представлены результаты исследования: (рис.6) – распространение краевого эффекта в зависимости от вида цилиндрического образца, (рис.7) – распространение краевого эффекта в зависимости от истинной диаграммы материала сплошного цилиндрического стержня. На рисунке введены обозначения:  $\Delta e_i$  – отклонение интенсивности деформаций в каждой точке верхней границы образца от значения

на плоскости симметрии,  $d_0$  – расстояние от торца образца, отнесенное к первоначальному диаметру образца.

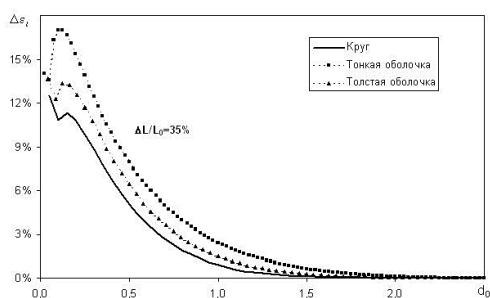


Рис. 6.

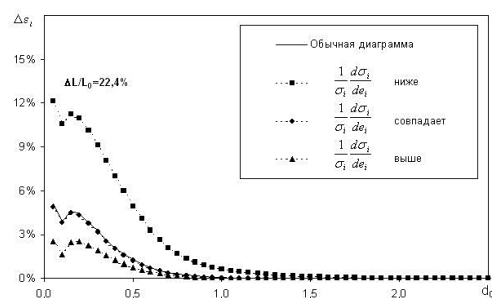


Рис. 7.

В результате сделаны выводы:

- Зона распространения краевого эффекта в сплошном образце минимальная. В оболочках зона распространения увеличивается при уменьшении толщины оболочки (см. рис.6);
- Зона распространения краевого эффекта зависит от истинной диаграммы деформирования материала. Параметром, от которого зависит зона, является отношение производной истинной диаграммы интенсивности напряжений от интенсивности деформаций к уровню интенсивности напряжений (построения Косидера). Зона распространения краевых эффектов растет при снижении значения построения Косидера и соответственно потеря устойчивости пластического деформирования начинается при меньших интенсивностях деформаций (см. рис.7).

#### 4.2. Влияние вида НДС на истинную диаграмму деформирования.

На основе экспериментально-расчетного подхода и разработанной методики проведено исследование влияния вида образцов (цилиндрическая оболочка и цилиндрический сплошной стержень) на построение истинной диаграммы деформирования. Результаты исследований представлены на рис. 8, 9: (рис.8) – совмещенные по пределу текучести истинные диаграммы деформирования стали 12X18H10T до разрушения при растяжении оболочки (сплошная линия) и сплошного стержня (пунктирная линия), (рис.9) – изменение шаровой составляющей тензора напряжений от интенсивности деформаций в центре шейки для оболочки (сплошная линия) и сплошного стержня (пунктирная линия) для стали 12X18H10T, полученные в результате численного моделирования с использованием одинаковой истинной диаграммы деформирования (см. рис. 8 сплошная кривая).

В результате сделаны выводы:

- Истинные диаграммы деформирования совпадают до момента начала локализации деформаций;
- Значение интенсивности деформаций на истинной диаграмме деформирования, при которой начинается локализация деформирования для оболочки (47%) выше, чем для сплошного образца (37%). Из результатов анализа натурных и численных экспериментов следует, что это вызвано большим по сравнению со стержнем первоначальным упрочнением и начальной деформационной анизотропией оболочки, возникшей в результате ее изготовления;

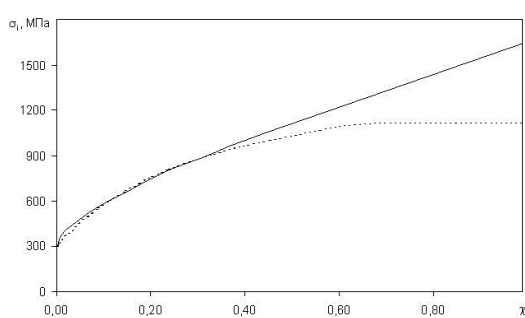


Рис. 8.

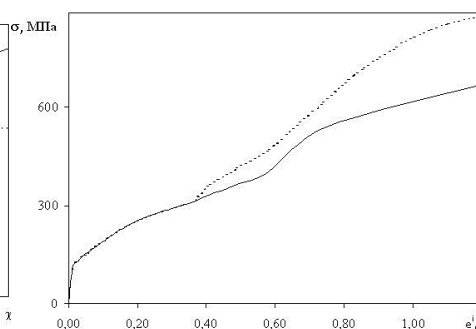


Рис. 9.

- После начала локализации истинные диаграммы деформирования существенно отличаются, причем для оболочки рост упрочнения практически соответствует уровню до потери устойчивости, для сплошного стержня упрочнение снижается и диаграмма стремится к идеальной пластичности (см. рис.8);

- Изменение шаровой составляющей тензора напряжений зависит от вида образца после потери устойчивости. Рост шаровой составляющей в сплошном стержне значительно выше, чем в оболочке (см. рис.9). Этим обусловлено расхождение в построенных истинных диаграммах после начала локализации деформаций. Таким образом, после потери устойчивости истинная диаграмма деформирования зависит от вида НДС и формы образцов, используемых в экспериментах. Данное обстоятельство необходимо учитывать при анализе экспериментальных данных и моделировании процессов деформирования и разрушения конструкций.

## 5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Разработанные экспериментально-расчетные методики, в отличие от известных ранее аналогов, позволяют получать деформационные и прочностные характеристики материалов независимо от формы образцов и вида нагружения для больших деформаций с учетом неоднородности НДС вплоть до момента разрушения без привлечения упрощающих гипотез силового и кинематического характера. Становится возможным получать предельную поверхность разрушения в зависимости от вида НДС, определенного в численных расчетах на момент разрушения. Высокая информативность и точность полученных деформационных и прочностных характеристик материалов позволяет повысить уровень достоверности диагностики состояния и ресурсных параметров упругопластических материалов в элементах конструкций.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского научного фонда (проект № 14-19-01096).

## Summary

*V.G. Bazhenov, S.L. Osetrov, D.L. Osetrov.* EXPERIMENTAL AND COMPUTATIONAL APPROACH TO THE STUDY OF DEFORMATION AND LIMIT PERFORMANCE ELASTOPLASTIC MATERIALS.

Proposes to develop on the basis of experimental and computational approach technique to study the deformation and strength properties of elastoplastic materials under large



deformations and non-uniform stress-strain state. Application of the method for the construction of the true stress-strain diagrams in tension specimens to destruction and the kinetic implementation of the elastic indentation in the sample. The results of studies of the processes of deformation and destruction of structural elements, the laws of propagation of edge effects and the influence of the form of the stress-strain state of the true stress-strain diagrams of materials.

**Key words:** experimental and computational approach, method of construction of the true stress-strain diagrams, geometrical and physical nonlinearity, edge effects, localization of deformation, the neck, the destruction, the limit states

### Литература

1. *Баженов В.Г., Зефирова С.В., Кочетков А.В. и др.* Пакет программ "Динамика-2" для решения плоских и осесимметричных нелинейных задач нестационарного взаимодействия конструкций со сжимаемыми средами. //Мат. моделирование. – 2000. – Т.12., № 6. – С.67-72.
2. *Дегтярев В.П.* Деформации и разрушение в высоко напряженных конструкциях. – М.: Машиностроение, 1987, 105с.
3. *Радченко В.П., Небогина Е.В., Басов М.В.* Структурно-феноменологический подход к описанию полной диаграммы упругопластического деформирования //Изв. вуз. Машиностроение, 2000, №5-6, с.3-13.
4. *Надаи А.* Пластичность и разрушение твердых тел. //Пер. с англ. под ред. Г.С. Шапиро. М.: Изд-во иностр. Лит., т.1., 1954; М.: Мир, т.2, 1969.
5. *Малинин Н.Н.* Прикладная теория пластичности и ползучести. – М.: Машиностроение, 1975, 399с.
6. *Петросян Ж.Л., Ширшов А.А.* К построению диаграммы деформирования после построения шейки //Изв. вузов. Машиностроение, 1967, №2, с.27-30.
7. *Жуков А.М.* К вопросу возникновения шейки в образце при растяжении. //Инж. сб., 1949, с.34-51.
8. *Бриджмен П.* Исследования больших пластических деформаций и разрыва. – М.: Изд-во иностр. лит., 1955.
9. *Давиденков Н.А., Спиридонова Н.И.* Анализ напряженного состояния в шейке растянутого образца //Заводская лаборатория, 1945, №6, с.583-593.
10. *Ахметзянов М.Х., Албаут Г.Н., Барышников В.Н.* Исследование напряженно-деформированного состояния в шейке плоских металлических образцов при растяжении методом фотоупругих покрытий //Заводская лаборатория. Диагностика материалов, №8, 2004, т.70, с.41-51.
11. *Важнецов Ю.Г., Исаев В.В.* К вопросу о напряженном состоянии в шейке круглого и плоского образца при растяжении //Проблемы прочности, 1988, №4, с.66-69.
12. *Малинин Н.Н., Петросян Ж.Л.* Напряжения в наименьшем сечении шейки растянутого круглого образца. //Изв. вуз. Машиностроение, 1967, №6, с.34-39.
13. *Zhang Z. L., Odegard J., Sovik O. P.* Determining true stress-strain curve for isotropic and anisotropic materials with rectangular tensile bars: method and verifications. //Comput. Mater. Sci., 2001, 20, №1, p.77-85.
14. *Zhang Z. L., Odegard J., Sovik O. P., Thaulow C.* A study on determining true stress-strain curve for anisotropic materials with rectangular tensile bars. //Int. J. Solids and Struct., 2001, 38, №26-27, p.4489-4505.

15. *Баженов В.Г., Зефиоров С.В., Крамарев Л.Н., Осетров С.Л., Павленкова Е.В.* Способ определения деформационных и прочностных свойств материалов при больших деформациях и неоднородном напряженно-деформированном состоянии // Патент на изобретение № 2324162. Заявка № 2006115805. Опубликовано 10.05.2008, бюлл. № 13.
16. *Баженов В.Г., Зефиоров С.В., Осетров С.Л.* Экспериментально-расчетный метод идентификации деформационных и прочностных свойств материалов. // Заводская лаборатория. Диагностика материалов. 2006. т. 72, № 9. С. 39-45.
17. *Баженов В.Г., Зефиоров С.В., Осетров С.Л.* Метод идентификации деформационных и прочностных свойств металлов и сплавов. // Деформация и разрушение материалов. 2007. № 3. С. 43-48.
18. *Баженов В.Г., Ломунов В.К., Осетров С.Л., Павленкова Е.В.* Экспериментально-расчетный метод исследования больших упругопластических деформаций цилиндрических оболочек при растяжении до разрыва и построение диаграмм деформирования при неоднородном напряженно-деформированном состоянии // Прикладная механика и техническая физика. Т. 54, № 1, 2013, с. 116-124.
19. *Баженов В.Г., Кибец А.И., Лаптев П.В., Осетров С.Л.* Экспериментально-теоретическое исследование предельных состояний упругопластических стержней различного поперечного сечения при растяжении // Проблемы механики. Сб. статей к 90-летию со дня рождения А.И. Ишлинского. Под ред. Климова Д.М. и др. / М.: Физматлит, 2003. с. 116-123.
20. *Баженов В.Г., Жегалов С.В., Кибец А.И., Крамарев Л.Н., Лаптев П.В., Осетров С.Л.* Образования шейки и закритическое поведение упругопластических стержней с различным профилем поперечного сечения // Вестник ННГУ. Серия Механика. Вып. 1(5). / Н. Новгород: Изд-во ННГУ, 2003. с. 84-88.
21. *Баженов В.Г., Жегалов С.В., Зефиоров С.В., Осетров С.Л.* Упругопластическое деформирование и предельные состояния цилиндрических оболочек под действием внутреннего давления при различных граничных условиях // Вестник ННГУ. Серия Механика. Вып. 1(5). / Н. Новгород: Изд-во ННГУ, 2003. с. 90-94.
22. *Баженов В.Г., Крамарев Л.Н., Осетров С.Л.* Экспериментальное и теоретическое исследование упругопластического деформирования и разрушения стального шара при сжатии между пластинами. // Межвузовский сборник Проблемы прочности и пластичности. Вып. 65. / Н. Новгород: Изд-во ННГУ. 2003. с. 85-91.
23. *Алехин В.П., Булычев С.И.* Испытание материалов непрерывным вдавливанием индентора. – М.: Машиностроение, 1990, 224с.
24. *Марковец М.П.* Определение механических свойств по твердости. – М.: Машиностроение, 1979, 191с.
25. *Матюнин В.М.* Методы твердости в диагностике материалов. Состояние, проблемы и перспективы. // Заводская лаборатория. Диагностика материалов, № 6, 2004, т. 70, с. 37-41.
26. *Алехин В.П., Булычев С.И., Калмакова А.В., Узинцев О.Е.* Кинетическое индентирование в проблеме неразрушающего контроля и диагностики материалов. // Заводская лаборатория. Диагностика материалов, № 6, 2004, т. 70, с. 46-51.
27. *Бакиров М.Б., Потапов В.В.* Феноменологическая методика определения механических свойств корпусных сталей ВВЭР по диаграмме вдавливания шарового индентора // Заводская лаборатория, 2000, № 12, с. 35-44.
28. *Булычев С.И.* О корреляции диаграмм вдавливания и растяжения // Заводская лаборатория. Диагностика материалов, № 11, 2001, т. 67, с. 33-41.

29. *Маклин М.М., Мозгунова А.И.* Аналитическое определение параметров внедрения сферического индентора по диаграмме растяжения материала контртела //Заводская лаборатория. Диагностика материалов, 2001, №11, т.67, с.47-51.
30. *Бакиров М.Б., Зайцев М.А., Фролов И.В.* Математическое моделирование процесса вдавливания сферы в упругопластическое полупространство //Заводская лаборатория. Диагностика материалов, №1, 2001, т.67, с.37-47.
31. *Hasanov A., Seyidmamedov Z.* The solution of an axisymmetric inverse elasto-plastic problem using penetration diagrams. //Int. J. Non-Linear Mech., 1995, v.30, №4, p.465-477.
32. *Баженов В.Г., Зефирова С.В., Осетров С.Л.* Экспериментально-расчетный метод построения истинных диаграмм деформирования при больших деформациях на основе испытаний на твердость. //Доклады академии наук. 2006, т.407, №2, с.183-185.

---

Сведения о каждом из авторов статьи

**Баженов Валентин Георгиевич** – д.ф.-м.н., профессор, гл.н.с., зав.лаб. НИИМ Нижегородского государственного университета им. Н.И. Лобачевского

E-mail: *bazhenov@mech.unn.ru*

**Осетров Сергей Львович** – к.ф.-м.н., докторант Нижегородского государственного университета им. Н.И. Лобачевского

E-mail: *osetrov@mail.ru*

**Осетров Дмитрий Львович** – аспирант Нижегородского государственного университета им. Н.И. Лобачевского, инженер-конструктор 1 категории ОАО "ОКБМ Африкантов"

E-mail: *osetrovdmitry@mail.ru*